MARCUS DU SAUTOY

SIMETRÍA

UN VIAJE POR LOS PATRONES DE LA NATURALEZA

TRADUCCIÓN DEL INGLÉS
DE EUGENIO JESÚS GÓMEZ AYALA

BARCELONA 2009 ACANTILADO

TÍTULO ORIGINAL *Symmetry*
A Journey into the Patterns of Nature

Publicado por
ACANTILADO
Quaderns Crema, S. A. U.

Muntaner, 462 - 08006 Barcelona
Tel. 934 144 906 - Fax 934 147 107
correo@acantilado.es
www.acantilado.es

Para los créditos de las ilustraciones, véase la página 483

Imagen de la cubierta, fotografía de Sergi Gòdia

ISBN: 978-84-92649-17-4
DEPÓSITO LEGAL: B. 36 071-2009

AIGUADEVIDRE *Gráfica*
QUADERNS CREMA *Composición*
ROMANYÀ-VALLS *Impresión y encuadernación*

PRIMERA EDICIÓN *octubre de 2009*

CONTENIDO

AGOSTO
COMIENZOS Y FINALES

> El universo está construido siguiendo un plan cuya profunda simetría está presente de algún modo en la estructura interna de nuestro intelecto.
>
> PAUL VALÉRY

MEDIODÍA, 26 DE AGOSTO, DESIERTO DEL SINAÍ

Hoy cumplo 40 años. Hace 40 grados. Me encuentro cubierto de crema solar de factor de protección 40, metido debajo de una sombrilla de junco en una de las orillas del mar Rojo. Arabia Saudí reluce al otro lado del agua azul. En el mar, las olas rompen sobre los acantilados de coral que bajan hasta el fondo marino. Detrás de mí se alzan las montañas del Sinaí.

No me suelen fastidiar demasiado los cumpleaños, pero para un matemático los 40 encierran un significado especial, y no por motivos numerológicos secretos y fantásticos, sino porque existe una creencia muy extendida de que a los 40 ya has producido lo mejor de tu obra. Dicen que las matemáticas son un deporte para la gente joven. Ahora que llevo ya 40 años merodeando por los jardines matemáticos, ¿no será de mal agüero estar en el Sinaí, un desierto pelado por el que una nación desterrada deambuló durante 40 años? La medalla Fields, que es el máximo trofeo matemático, sólo se concede a matemáticos que no pasan de los 40. Estas medallas se distribuyen cada cuatro años. Más o menos dentro de un año anunciarán en Madrid la última remesa, pero ahora ya soy demasiado viejo para aspirar a estar en la lista.

De niño en ningún momento quise ser matemático. Siendo muy pequeño había decidido que en la universidad iba a estudiar idiomas, aunque era consciente de que esta decisión no era más que una tapadera para cumplir mi auténtico sueño: hacerme espía. Mi madre había trabajado de soltera en el Ministerio de Asuntos Exteriores, pero como en los sesenta el cuerpo diplomático no consideraba que la maternidad fuera compatible con el ejercicio de la diplomacia, al casarse pasó a la excedencia. Aunque, según ella, le habían permitido quedarse con la pistolita negra que todos los miembros del ministerio estaban obligados a llevar consigo. «Nunca sabes cuándo pueden avisarte para una misión secreta en el extranjero», decía enigmáticamente, y afirmaba que la pistola estaba en casa, escondida en algún sitio.

Yo busqué el arma por todas partes, pero era obvio que se habían esmerado mucho cuando enseñaron a mi madre el arte de esconder las cosas. La única manera de conseguir mi propia pistola era ingresar yo mismo en el Ministerio de Asuntos Exteriores y hacerme espía. Y para parecer útil, lo mejor era saber ruso.

En el colegio me apunté a francés, alemán y latín, que eran todos los idiomas que había. La BBC comenzó a emitir un curso de ruso por televisión y mi profesor de francés, el señor Brown, intentó ayudarme para seguirlo. Pero nunca conseguí que mi boca pudiera decir «hola»—*zdravstvuyte*—; después de seguir el curso durante ocho semanas todavía era incapaz de pronunciar esta palabra. Empecé a desesperarme. Además cada vez me frustraba más que no hubiera ninguna explicación lógica ni de por qué algunos verbos extranjeros se comportaban como lo hacían ni de por qué unos nombres eran masculinos y otros femeninos. El latín me dio algunas esperanzas, porque su gramática rigurosa halagaba mi inclinación naciente hacia las cosas que formaban parte de un esquema lógico y consistente y no sólo, por lo menos en apariencia, de un conjunto de asociaciones al azar. O quizá fue porque el profesor siempre usaba mi nombre como ejemplo de nombre de la segunda declinación: *Marcus, Marce, Marcum…*

Un día, cuando tenía 12 años, el profesor de matemáticas me hizo una seña en clase y me dijo, «Du Sautoy, espérame al terminar la clase». «Habré hecho algo mal», pensé. Salí afuera con él y cuando llegamos a la parte trasera del edificio de matemáticas sacó un cigarrillo del bolsillo. Me explicó que iba allí a fumar a la hora del recreo porque a los demás profesores no les gustaba que hubiera humo en la sala de estar. Encendió despacio el cigarrillo y me dijo: «Creo que deberías saber de qué tratan en realidad las matemáticas».

Ni siquiera ahora sé por qué me escogió a mí de entre todos los de la clase para hacerme esta revelación. Yo distaba mucho de ser un genio matemático y muchos de mis amigos parecían tan listos como yo en la asignatura. Pero es obvio que hubo algo que hizo pensar al señor Bailson que yo sentía curiosidad por descubrir qué es lo que había más allá de la aritmética que se estudiaba en clase.

Me dijo que leyera la columna de Martin Gardner en *Scientific American* y me dio los títulos de un par de libros que él pensaba que me podían gustar, entre ellos uno que se titulaba *El lenguaje de las matemáticas*, de Frank Land. El simple hecho de que un profesor se interesara personalmente por mí fue un acicate suficiente para ponerme a investigar qué era lo que él encontraba tan intrigante en esta materia.

Así que ese mismo fin de semana mi padre y yo fuimos a Oxford, la ciudad universitaria que más cerca estaba de nuestra casa. En la fachada de una tiendecita que había en la calle mayor ponía «Blackwell's». No parecía muy prometedora, pero a mi padre le habían dicho que era la meca de las librerías universitarias. Al entrar en la tienda te dabas cuenta de por qué. Como el Tardis del doctor Who, la tienda era enorme una vez que habías atravesado la diminuta entrada. Nos dijeron que los libros de matemáticas estaban en la Sala Norrington, que así era como llamaban al sótano.

Según bajábamos las escaleras, una vasta sala con pinta de caverna y repleta de libros se abrió ante nosotros; a mí me pareció que allí estaban todos los libros científicos que se habían publicado en la historia. Aquélla era la cueva de Aladino de los libros científicos. Enseguida encontramos las estanterías dedicadas a las matemáticas y mientras mi padre buscaba los libros que el profesor me había recomendado, yo empecé a sacar libros de las baldas para hojearlos. Por alguna razón parecía haber una gran concentración de libros amarillos. Pero lo que más me llamó la atención fue lo que vi dentro de aquellas tapas amarillas. El contenido parecía extraordinario. Reconocí algunas series de letras griegas gracias a mi breve incursión en el estudio del griego. Había una lluvia de números y letras diminutos adornando las equis y las íes griegas y en todas las páginas había palabras en negrita, como Lema y Demostración.

Aquello no tenía ningún sentido para mí. Había algunos estudiantes apoyados en las estanterías que parecían leer los libros como si fueran novelas. Era evidente que entendían aquel lenguaje. Seguro que se trataba de una clave de algo. En aquel mismo momento decidí que iba a aprender a descifrar todos aquellos jeroglíficos matemáticos. Cuando estábamos pagando en la caja, vi una mesa llena de libros amarillos en rústica. «Son revistas matemáticas—nos dijo el dependiente—. Los editores regalan ejemplares para animar a los universitarios a suscribirse».

Cogí un ejemplar donde ponía *Inventiones mathematicae* y lo metí en la bolsa con los libros que acabábamos de comprar. Aquí estaba mi reto. ¿Podría descifrar las invenciones matemáticas de este libro amarillo? Algunos artículos estaban en alemán, uno estaba en francés y el resto en inglés. Pero lo que ahora estaba dispuesto a desentrañar era el lenguaje matemático. ¿Qué significaba eso de «espacio de Hilbert» o de «problema del isomorfismo»? ¿Qué mensaje se escondía en esas líneas de sigmas y deltas y símbolos que yo ni siquiera sabía cómo se llamaban?

En cuanto llegué a casa me puse a mirar los libros que habíamos comprado. *El lenguaje de las matemáticas* fue el que más me intrigó. Antes de nuestra expedición a Oxford, nunca se me había ocurrido pensar en las matemáticas como en un lenguaje. En el colegio parecía que consistían simplemente en sumar, restar, multiplicar y dividir números, con diversos grados de dificultad. Pero cuando hojeé este libro comprendí por qué el profesor me había dicho eso de «saber de qué tratan en realidad las matemáticas».

En este libro no había divisiones con decimales ni nada parecido. En vez de eso había, por ejemplo, importantes sucesiones de números, como los números de Fibonacci. El libro decía que estos números explican por lo visto cómo crecen las flores y las conchas. Un número cualquiera de la sucesión sale al sumar los dos números anteriores. La sucesión empieza por 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21... El libro explicaba que estos números son como un código que le dice a la concha qué es lo siguiente que tiene que hacer cuando está creciendo. Un caracol minúsculo comienza con una casa cuadrada de 1 × 1 y cada vez que se le queda pequeña la concha añade otra habitación a la casa. Pero como tampoco tiene que crecer mucho, se limita a añadir una habitación cuadrada cuyo lado es la suma de los lados de las dos habitaciones anteriores. El resultado de este proceso de crecimiento es una espiral (fig. 1). Era bonito y sencillo. El libro decía que estos números son fundamentales para entender cómo crecen las cosas en la naturaleza.

Otras páginas describían interesantes objetos tridimensionales, hechos con pentágonos y triángulos, que yo no había visto nunca. Uno de ellos se llamaba icosaedro y tenía

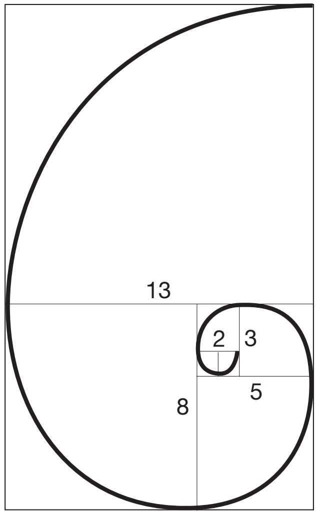

FIGURA 1. Cómo utiliza el caracol los números de Fibonacci para hacer crecer la concha.

20 caras triangulares (fig. 2). Al parecer, si cogías uno de estos objetos (a los que el libro llamaba poliedros) y contabas el número de caras y de puntas (a las que el libro llamaba vértices) y restabas el número de aristas, siempre daba 2. Por ejemplo, un cubo tiene 6 caras, 8 vértices y 12 aristas, y

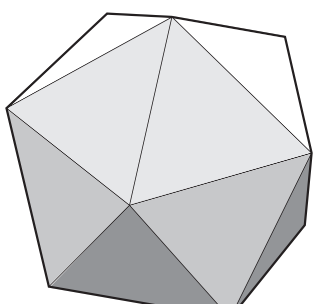

FIGURA 2. El icosaedro con sus 20 caras triangulares.

$6 + 8 - 12 = 2$. El libro decía que este truco funciona con cualquier poliedro. Parecía magia. Intenté aplicárselo al poliedro hecho con 20 triángulos.

El problema estaba en que era muy difícil visualizar el objeto entero con la claridad suficiente como para contarlo todo. Aunque construyera uno de cartón, tener que llevar la cuenta de todas esas aristas parecía un poco descorazonador. Pero entonces mi padre me enseñó un atajo. «¿Cuántos triángulos hay?». Bueno, el libro decía que había 20. «Entonces 20 triángulos tienen 60 aristas, pero cada dos triángulos comparten una arista. Eso da 30 aristas». Esto sí que era magia: sin mirar el icosaedro podías deducir cuántas aristas tenía. El mismo truco valía para los vértices. De nuevo, 20 triángulos tienen 60 vértices. Pero ahora pude ver en el dibujo que cada cinco triángulos compartían un vértice. Así es que el icosaedro tenía 20 caras, 12 vértices y 30 aristas. Y por supuesto $20 + 12 - 30 = 2$. ¿Pero por qué valía la fórmula para cualquier poliedro que cogieras?

En otro libro había una sección entera dedicada a la simetría de objetos como estos poliedros que estaban hechos de triángulos. Yo tenía una vaga idea de lo que significaba la «simetría». Sabía que yo era simétrico, al menos por fuera. Cada cosa que había en la parte izquierda de mi cuerpo tenía una imagen especular en la parte derecha. Pero parecía que un triángulo tenía mucha más simetría que la mera simetría especular. También podías girarlo y el triángulo seguía pareciendo el mismo. Empecé a darme cuenta de que en realidad no estaba seguro de lo que quería decir que algo era simétrico.

El libro afirmaba que el triángulo equilátero tenía seis simetrías. Al seguir leyendo comencé a ver que la simetría del triángulo quedaba descrita por las cosas que podías hacer con él de modo que siguiera pareciendo el mismo. Usando como plantilla un triángulo de cartón, dibujé su silueta sobre un papel y conté el número de maneras en que podía coger el triángulo y volverlo a colocar otra vez sobre el papel de modo que coincidiera exactamente con su silueta. El libro decía que cada uno de estos movimientos era una «simetría» del triángulo. Así que una simetría era algo activo y no algo pasivo. El libro me estaba haciendo pensar que, más que una propiedad innata del mismo triángulo, una simetría era algo que podía hacer con el triángulo para volverlo a colocar dentro de su silueta. Me puse a contar las simetrías del triángulo, pensando en ellas como en las distintas operaciones de este tipo que podía hacer con él. Podía dar la vuelta al triángulo de tres modos distintos y cada vez que lo hacía había dos vértices que intercambiaban su posición. También podía girar el triángulo un ángulo igual a un tercio de un giro completo, en el sentido de las agujas del reloj o en el sentido contrario. Así salían cinco simetrías. ¿Cuál era la sexta?

Busqué desesperado qué era lo que se me había escapado. Intenté combinar operaciones para ver si podía conseguir otra más. Al fin y al cabo, realizar dos de estos movimientos uno detrás del otro era efectivamente lo mismo que hacer uno solo. Si una simetría era un movimiento que vuelve a colocar el triángulo dentro de su silueta, entonces quizá así obtendría un nuevo movimiento, o sea, una nueva simetría. ¿Qué pasaba si le daba la vuelta y luego lo giraba? Nada nuevo, esto equivalía a otra de las formas de darle la vuelta. ¿Qué pasaba si le daba la vuelta, lo giraba y luego le daba la vuelta al revés que antes? Nada nuevo, esto equivalía a girarlo en sentido contrario, que ya estaba contado. Había conseguido cinco movimientos, pero ninguna combinación que hiciera con ellos me daba nada nuevo. Así es que volví al libro.

Lo que encontré en él es que habían incluido como simetría la operación de dejar el triángulo tal como estaba. ¡Qué curioso! Pero enseguida comprendí que si una simetría era cualquier cosa que podías hacerle al triángulo de modo que quedara dentro de su silueta, entonces no tocarlo siquiera—o de manera equivalente, cogerlo y volverlo a colocar en su sitio—era también una operación que había que contar.

Me gustó esta idea de simetría. Las simetrías de un objeto parecían ser un poco como todos los movimientos mágicos de ese objeto. El matemático te enseña el triángulo y te dice que te des la vuelta. Mientras no estás mirando, el matemático le hace algo al triángulo. Pero cuando te vuelves está exactamente como antes. Podía uno pensar que la simetría total de un objeto era el conjunto de todos los movimientos que el matemático podía hacer con él para embaucarte haciéndote pensar que ni siquiera lo había tocado.

Probé esta nueva magia con otras formas. Aquí había una interesante, que parecía una estrella de mar de seis puntas (fig. 3). No podía darle la vuelta sin que pareciera otra diferente, ya que parecía que estaba retorciéndose en una dirección y esto destruía su simetría especular. Pero sí que podía girarla. Con sus seis tentáculos, podía hacer cinco giros y también dejarla como estaba. Total, seis simetrías, el mismo número que el triángulo.

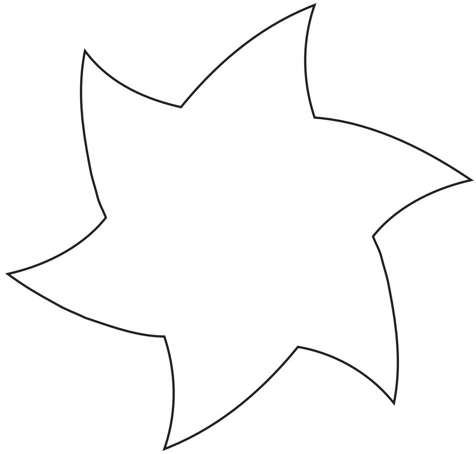

FIGURA 3. Una estrella de mar con seis puntas sin simetrías de reflexión.